

## ROBOTS PARALELOS: MÁQUINAS CON UN PASADO PARA UNA ROBÓTICA DEL FUTURO

Rafael Aracil <sup>\*,1</sup> Roque J. Salterén <sup>\*</sup>  
José M<sup>a</sup> Sabater <sup>\*\*</sup> Oscar Reinoso <sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Universidad Politécnica de Madrid, Madrid

<sup>\*\*</sup> Universidad Miguel Hernández, Elche

e-mail: [aracil@etsii.upm.es](mailto:aracil@etsii.upm.es)

Resumen: Este artículo presenta una visión general de los Robots de estructura Paralela, destacando sus características diferenciales frente a los conocidos robots de cadena cinemática abierta. El artículo trata de servir de guía y resumen de los trabajos realizados por los autores con robots paralelos. Se muestra en primer lugar una introducción general a este tipo de robots, para posteriormente tratar los aspectos de su modelado cinemático, con especial atención a la aplicación de la teoría de screws a estos robots. Finalmente se muestran diferentes aplicaciones llevadas a cabo con estos robots, tanto a nivel industrial como con prototipos de laboratorio. *Copyright ©2006 CEA-IFAC.*

Palabras clave: robots paralelos, modelo cinemático, teoría de screws.

### 1. INTRODUCCIÓN

Como es bien conocido, los primates son los seres con una mayor capacidad de manipulación. Esta habilidad se deriva de que poseen dos extremidades dotadas de elementos preparados para ello. El uso simultáneo de los dos brazos es lo que confiere a estos seres sus características especiales para este propósito. Algunos incrementan esta capacidad de manipulación usando con este propósito también sus patas.

En el hombre las posibilidades de manipulación de objetos con un brazo se ven incrementadas cuando se utilizan los dos brazos simultáneamente. Un levantador de pesos, cuando utiliza los dos brazos, consigue marcas más importantes que la suma de las que conseguiría con cada una de sus brazos individualmente.

Como tantos desarrollos tecnológicos, inspirados en la observación de las leyes de la naturaleza, las consideraciones anteriores son las que pueden conducir a concebir para los robots el uso de estructuras paralelas, alternativas de las tradicionales en serie, que, por esta cualidad, se denominan paralelos.

Un robot paralelo es aquel cuya estructura mecánica está formada por un mecanismo de cadena cerrada en el que el efector final se une a la base por al menos dos cadenas cinemáticas independientes.

---

<sup>1</sup> La investigación que ha permitido desarrollar parte de los trabajos expuestos en la misma ha sido financiada por los proyectos 1FD1997-1338, DPI-2000-1575-C02-01, VM2003-20017 y DPI2003-00759. Igualmente se quiere reconocer el trabajo de los numerosos investigadores de las Universidades Politécnica de Madrid, Miguel Hernández y Politécnica de Cartagena cuya dedicación y esfuerzo han permitido mantener y desarrollar esta línea de investigación.



Figura 1. Mecanismo posicionador de antenas parabólicas

Lógicamente esta definición puede entrar en conflicto con los desarrollos sobre robots coordinados que también forman cadenas cinemáticas cerradas. Los robots paralelos simplifican estas cadenas de forma que cada una de ellas dispone, en general de un único actuador, reduciendo así su complejidad y permitiendo canalizar mejor la energía de los accionadores hacia mejorar las prestaciones del robot, bien en cuanto a velocidad de movimiento o a capacidad de carga de su efector.

La figura 1 muestra una estructura como las referidas destinada al posicionamiento de antenas. El movimiento de la misma se consigue variando la longitud de los accionadores lineales que la soportan

## 2. GENERALIDADES

### 2.1 Orígenes de los robots paralelos

Los primeros trabajos teóricos relacionados con las estructuras mecánicas paralelas aparecieron ya hace siglos, antes de que se empezara a hablar de robots, cuando los primeros geómetras franceses e ingleses realizaron sus estudios sobre los poliedros y sus aplicaciones.

Ya en la época más actual, el primer mecanismo paralelo fue patentado en el año 1931 (US Patent N° 1,789,680). Se trataba de una plataforma de movimiento destinada a la industria del entretenimiento (Figura 2) diseñada por James E. Gwinnett, (Gwinnett, 1931). Desgraciadamente el mecanismo diseñado por este ilustre visionario no fue nunca construido.

Y no hubo que esperar mucho más para que el primer diseño de robot industrial paralelo apareciera (US Patent N° 2,286,571). En 1940, tan sólo diecinueve años después de que Karel Kapek acuñara el término "robot", Willard L.V. Pollard presentaba un ingenioso robot de 5 grados de libertad destinado a operaciones de pintura con spray. El robot consistía en tres brazos de dos

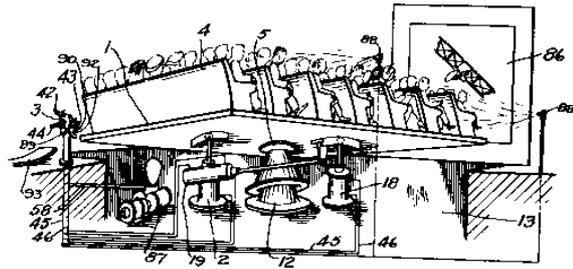


Figura 2. Posiblemente el primer mecanismo espacial paralelo

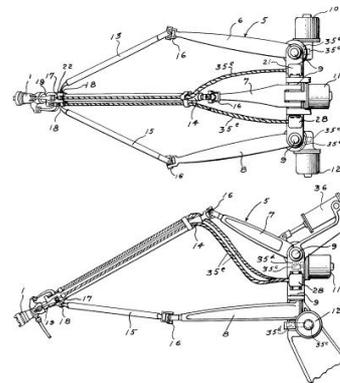


Figura 3. Primer robot industrial paralelo

eslabones cada uno. Los eslabones estaban unidos mediante juntas universales. Los tres actuadores de la base comandaban la posición de la herramienta, mientras que la orientación era proporcionada por otros dos actuadores situados en la base y que transmitían el movimiento a la herramienta mediante la rotación proporcionada a unos cables flexibles (Figura 3).

Sin embargo, han sido otros mecanismos paralelos los que han logrado un mayor reconocimiento general y han contribuido a la aparición de un mayor número de publicaciones sobre la robótica paralela. Por estricto orden temporal, fue el Dr. Eric Gough quien en 1947 inventó la plataforma paralela más popular de todas. El Dr. Gough diseñó un octaedro hexápodo con lados de longitud variable (Figura 4) como plataforma para la comprobación del comportamiento de los neumáticos de la casa Dunlop (para la cual trabajaba) bajo cargas aplicadas en diferentes ejes. De esta forma, intentaba simular el proceso de aterrizaje de un avión. En la actualidad existen multitud de plataformas basadas en este diseño en numerosas empresas, y se conocen bajo el nombre de MAST (Multi-Axis Simulation Table).

Ya en 1965, Mr. Stewart, (Stewart, 1965) presentó un artículo en el que describía una plataforma de movimiento de 6 grados de libertad des-

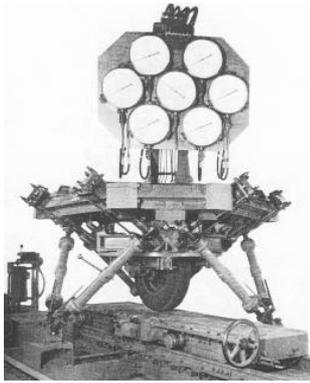


Figura 4. La primera plataforma de Gough

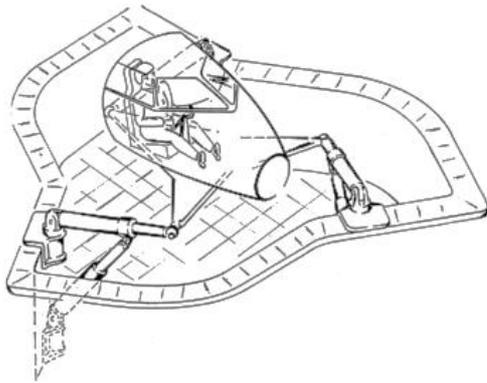


Figura 5. La primera y única plataforma de Stewart

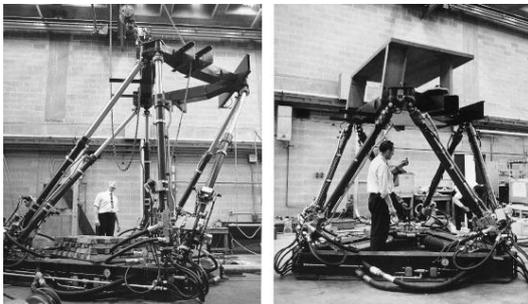


Figura 6. Simulador de movimiento de Klaus Cappel. Construido durante los años 60

tinada a trabajar como simulador de vuelo. Contrariamente a la creencia general, el mecanismo de Stewart (Figura 5) es diferente al presentado por Gough. El artículo de Stewart tuvo y tiene una gran influencia en el mundo académico y se considera como uno de los primeros trabajos de análisis de plataformas paralelas.

Paralelamente, el ingeniero Klaus Cappel realizaba en el Franklin Institute Research Laboratory numerosas investigaciones con plataformas paralelas de 6 grados de libertad. En 1967 Mr. Cappel (Cappel, 1967) patentaba un simulador de movimiento basado en un hexápodo, y construyó varias de sus invenciones (Figura 6).

Más tarde en 1978, Hunt (Hunt, 1978) sugirió que se usaran los mecanismos actuados de forma paralela de los simuladores de vuelo, como robots manipuladores y destacó que los manipuladores paralelos requerían de un estudio más detallado en el contexto de las aplicaciones robóticas a la vista de las ventajas en cuanto rigidez y precisión respecto a los robots serie convencionales.

Además de la excelente relación carga admisible/peso propio, los robots paralelos presentan otras características interesantes. En 1979, McCallion y Pham (McCallion and Pham, 1979) fueron los primeros que propusieron usar la plataforma de Stewart como un manipulador paralelo para una célula de ensamblaje robotizada, fundamentalmente porque la posición del efector final es mucho menos sensible a los errores que los sensores articulares de los robots en serie. La gran rigidez asegura que las deformaciones de los actuadores sean mínimas y esta característica contribuye en gran manera a la precisión en el posicionamiento del manipulador.

Como se desprende de estas citas los robots paralelos tienen su propia historia y no es estrictamente cierta la creencia de que los robots paralelos aparecen como respuesta a los problemas de algunos aspectos de la robótica serial. Lo que sí es cierto es que la robótica paralela está sufriendo actualmente un avance más rápido que en épocas anteriores, fundamentalmente gracias al aumento de la capacidad de cómputo de los nuevos procesadores para resolver procesos numéricos iterativos, y a un mejor conocimiento del funcionamiento de las citadas estructuras.

## 2.2 Prestaciones de los robots paralelos

Es indiscutible la primacía en expansión de los robots con estructura serie. Los robots paralelos, en constante crecimiento en la actualidad, son utilizados especialmente en determinadas aplicaciones en las que sus características ofrecen ventajas para resolver algunos problemas para los que tienen limitaciones los robots serie.

Con el fin de evaluar esas situaciones se ofrece a continuación una serie de ventajas y desventajas de los robots paralelos, frente a los seriales, que servirán para comparar sus prestaciones.

En general, las plataformas paralelas presentan las siguientes "ventajas":

- Los accionamientos de potencia conectan directamente la base del robot al efector final. Debido a esto, los accionamientos de potencia sirven de elementos estructurales y actúan de manera simultánea, lo que les da la capacidad de manipular cargas muy superiores a

su propio peso. Por tanto, el elevado ratio carga/potencia de estos mecanismos proporciona una alta eficiencia energética.

- Las estructuras paralelas son mecanismos que ofrecen una alta rigidez y muy bajo peso. Esto hace que presenten unas características en cuanto a precisión claramente superiores a las de los robots serie.
- Presentan elevadas velocidades de operación, en comparación con cualquier otro tipo de estructura robótica.

Sin embargo, también presentan otras características que, según para que aplicación, pueden considerarse “desventajas”:

- La cinemática de los mecanismos paralelos es más complicada. En ocasiones esto obliga a recurrir a sensores redundantes para poder establecer un lazo de control.
- El espacio de trabajo suele ser pequeño comparativamente hablando. Además, no es sencillo su cálculo, pues la posición y orientación están muy fuertemente acopladas.
- El problema de las configuraciones singulares es más complejo, y debe resolverse específicamente para cada topología.
- No existe, como ocurre en los robots serie, un modelo dinámico general para los mismos. Esto dificulta el desarrollo de algoritmos de control de carácter general y hace que los robots existentes en la actualidad se controlen de forma desacoplada.

### 2.3 Configuraciones estructurales de los robots paralelos

Existen innumerables configuraciones estructurales para los robots paralelos. Las combinaciones de número de cadenas cinemáticas, tipo de las mismas, restricciones en el movimiento de las articulaciones, etc., hacen prácticamente imposible una presentación sistemática de las estructuras de los robots paralelos.

Merlet (Merlet, 1997) ha sido el autor que más profundamente ha estudiado estas configuraciones. En principio, y según el tipo de movimientos que son capaces de realizar, se pueden distinguir dos grupos, los robots planares y los espaciales.

Los mecanismos planares son aquellos en los que su movimiento se reduce al plano. Por tanto pueden tener 2 ó 3 grados de libertad, correspondientes al movimiento de traslación en el plano y a una rotación sobre un eje perpendicular al mismo. La figura 7 muestra algunas de las configuraciones estructurales con 2 y 3 grados de libertad. Aparte de estas configuraciones pueden existir otras más.

Los robots espaciales son aquellos que evolucionan en todo el espacio tridimensional (Figura 8).

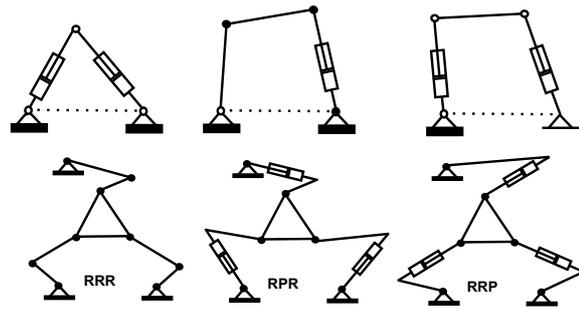


Figura 7. Ejemplos de robots planares de 2 y 3 gdl

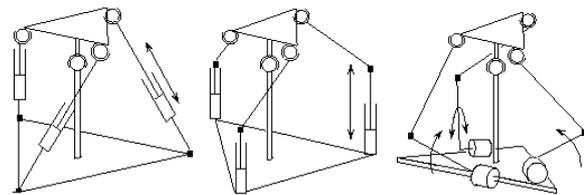


Figura 8. Ejemplos de robots espaciales

Algunos de ellos disponen de los tres grados de traslación, otros tan sólo son capaces de orientarse. En la figura 8 se muestran algunas estructuras de robots de 3, 4, 5 y 6 grados de libertad, aunque existen algunas que sólo tiene dos. En todos estos esquemas las uniones de los accionamientos con el efector final y la base se realizan con juntas universales (U) o esféricas (S) que tienen respectivamente dos y tres grados de libertad.

## 3. ANÁLISIS MATEMÁTICO DE LOS ROBOTS PARALELOS

### 3.1 Modelado cinemático

La construcción de los modelos cinemáticos de robots paralelos no tiene las mismas características que la de los robots serie. En estos existe una metodología, la de Denavit- Hartenberg, (Barrientos *et al.*, 1997), que permite la obtención del modelo cinemático directo de una manera sistemática e independiente de su configuración física. La obtención del modelo cinemático inverso es más compleja, (véase la misma referencia) y requiere utilizar consideraciones geométricas, específicas para cada configuración, o resolver ecuaciones por métodos numéricos, y por tanto, con soluciones numéricas y a veces no únicas.

En los robots paralelos ocurre lo contrario, el modelo cinemático inverso es fácilmente planteable por consideraciones geométricas de carácter

general, mientras que la obtención del directo es más compleja y en numerosos casos no tiene una única solución analítica.

Aunque ha habido una serie de estudios pioneros sobre modelos cinemáticos (Rooney y Earl (Rooney and Earl, 1983), Hunt (Hunt, 1983), Mohamed y Duffy (Mohamed *et al.*, 1983), (Mohamed and Duffy, 1985), Yang y Lee (Yang and Lee, 1984)) fueron Fichter (Fichter, 1986) y Merlet (Merlet, 1990) los primeros que de forma rigurosa estudiaron la cinemática de los robots paralelos. Fichter derivó las ecuaciones cinemáticas de la plataforma de Stewart general, y formuló las ecuaciones dinámicas de una forma rudimentaria (despreciando la masa de los actuadores y la fricción de las articulaciones), también enumeró unas pocas configuraciones articulares singulares. Realizó varias recomendaciones para la construcción práctica de la plataforma de Stewart describiendo la construcción del robot de la Universidad de Oregon en el cual usó plataforma triangular y una base hexagonal semiregular. Merlet consideró los aspectos de diseño de la plataforma de Stewart tratando las diferentes arquitecturas mencionadas anteriormente y presentó una descripción del prototipo de plataforma de Stewart construida en el INRIA, Sophia-Antipolis, Francia, dando las directrices para solucionar las ecuaciones cinemáticas, desarrollar el Jacobiano, derivar las ecuaciones dinámicas en condiciones más generales que las propuestas por Fichter y determinar el espacio de trabajo. También mencionó el potencial de la plataforma de Stewart como sensor de fuerza y como dispositivo de acoplamiento pasivo.

El modelo geométrico inverso de una plataforma paralela se puede definir por el conjunto de ecuaciones que establecen los valores de las variables articulares de la cadena cinemática en función de la configuración del efector final. El planteamiento de las mismas se puede realizar en forma vectorial. Tomando como referencia el sistema de la figura 9 que representa un robot paralelo de 6 grados de libertad con cadenas cinemáticas del tipo UPS para cada cadena se puede escribir una ecuación de la forma

$$\vec{r}^i = \vec{r}_1 + A_1 \vec{s}_1^i - \vec{s}_0^i \quad i = 1, \dots, 6 \quad (1)$$

donde  $A_1$  es la matriz de rotación que representa la orientación de la base móvil,  $\vec{s}_1^i$  y  $\vec{s}_0^i$  son los vectores que localizan las articulaciones universales y esférica expresados en los sistemas de referencia asociados a cada una de las bases,  $\vec{r}_1$  es el vector de posición de la base móvil expresado en el sistema inercial de la base fija y  $\vec{r}^i$  es el vector longitud de cada uno de los actuadores lineales.

Estas seis ecuaciones constituyen el modelo cinemático en el que las longitudes de los acciona-

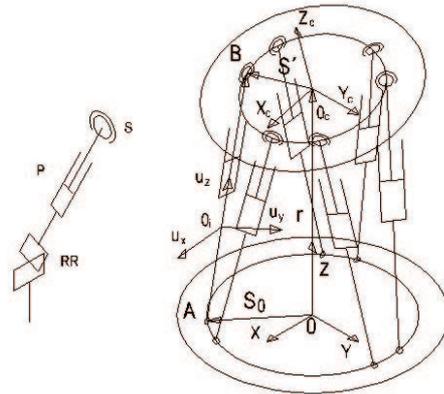


Figura 9. Esquema cinemático de un robot paralelo de 6 gdl. RRPS

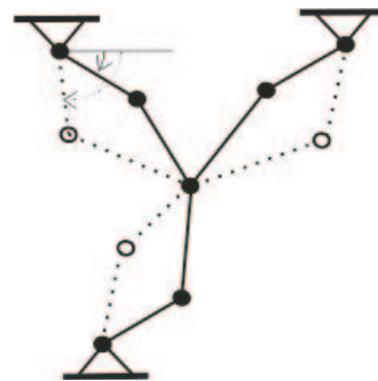


Figura 10. Cinemática inversa de un robot 3-RRR

mientos son los módulos de los vectores  $\vec{r}^i$ . Como puede observarse, esta metodología produce, salvo configuraciones singulares, una solución única, cerrada y de fácil implementación.

En algunos casos particulares, y debido a la cadena cinemática de las patas constitutivas de la plataforma paralela, la solución inversa puede tener varias soluciones (ver figura 10), sin que ello implique una mayor dificultad que la equivalente a los robots de arquitectura serial.

El problema de obtener el modelo cinemático directo, es decir, calcular la posición y orientación de la base móvil a partir de las longitudes de los accionamientos es mucho más complejo. Desde el punto de vista analítico consistiría en obtener el vector  $\vec{r}_1$  y la matriz  $A_1$  compatibles con las seis ecuaciones del tipo (1) planteadas para cada cadena cinemática. Soluciones de tipo analítico a este problema sólo se han encontrado en algunas configuraciones estructurales sencillas, (Merlet, 1992) (Innocenti and Parenti-Castelli, 1993) (Angeles and López-Cajún, 1992) (Ait-Ahmed and Renaud, 1993), haciendo uso de la formulación de Denavit-Hartenberg o con consideraciones de tipo geométrico. La solución en configuraciones más complejas exige el uso de métodos numéricos,

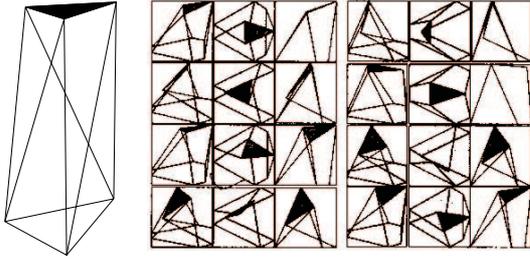


Figura 11. 24 posibles soluciones del problema cinemático directo en robots 6-UPS

(Almonacid, 2002), (Sabater, 2003), y dan soluciones de tipo polinómico de elevado grado que tienen soluciones múltiples. Así, por ejemplo, la figura 11 muestra 24 posibles soluciones diferentes de la posición y orientación de la base móvil para un mismo conjunto de longitudes de los actuadores en robots UPS de seis grados de libertad. Realmente en este caso, como estudia Merlet (Merlet, 1997), puede haber hasta 40 soluciones diferentes.

Algunos autores (Inoue *et al.*, 1985), (Arai *et al.*, 1990), (Merlet, 1992) y (Bonev and Ryu, 1999) proponen una solución práctica al problema consistente en utilizar una arquitectura de sensores redundantes para solucionar el problema directo. Estos sensores extra permiten determinar la pose del robot (y también pueden usarse para la calibración del mismo). Sin embargo, esta solución lleva consigo otros problemas adicionales como son el determinar el número y tipo adecuado de sensores o el estudiar la influencia de los errores de medida de dichos sensores en la solución del problema.

Una formulación mejor para encontrar la posible solución física al problema de la multiplicidad de las soluciones en estructuras complejas es la que incluye en el modelo todos los objetos móviles, especialmente las articulaciones del tipo que sean, modelando sus restricciones de movimiento. La herramienta más adecuada para hacer esto es la formulación multicuerpo (Haug, 1989), (García.de.Jalón and Bayo, 1994). Básicamente se trata de construir para cada articulación que conecta los cuerpos del robot una serie de ecuaciones que definan las restricciones que tienen en su movimiento de forma que las variables articulares están también incluidas en estas ecuaciones. Ello da lugar a una ecuación vectorial de la forma

$$\phi(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} \phi^k(\mathbf{q}) \\ \phi^D(\mathbf{q}, \mathbf{C}(t)) \end{bmatrix}_{nb \times 1} = 0 \quad (2)$$

donde  $\phi(\mathbf{q}, t)$  es el vector de restricciones de dimensión  $nb$  (número de cuerpos) y representa el número de restricciones cinemáticas impuestas por las articulaciones o los actuadores del mecanismo. De las restricciones de  $\phi(\mathbf{q}, t)$  se diferencian  $\phi^k(\mathbf{q})$  que representa las restricciones cinemáticas holonómicas de las articulaciones, y  $\phi^D(\mathbf{q}, \mathbf{C}(t))$  que representa las restricciones de movimiento introducidas por los actuadores (y que son función del tiempo).

Si, debido a un cambio en la configuración articular, alguna de las coordenadas generalizadas cambia, el valor de las demás también lo tendrá que hacer para que se cumpla (2). El nuevo valor de estas coordenadas se puede obtener resolviendo esta ecuación por métodos numéricos, por ejemplo mediante el algoritmo de Newton-Raphson (Saltarén, 1996). El algoritmo en cada iteración es de la forma

$$\begin{aligned} \phi_{\mathbf{q}} \Delta \mathbf{q}^{(j)} &= -\phi(\mathbf{q}^{(j)}, t) \\ \mathbf{q}^{(j+1)} &= \mathbf{q}^{(j)} + \Delta \mathbf{q}^{(j)} \end{aligned} \quad (3)$$

Donde  $\phi_{\mathbf{q}}$  es la derivada del vector de restricciones respecto a las coordenadas generalizadas  $\mathbf{q}$  y es conocido como el jacobiano del vector de restricciones. Este vector  $\phi_{\mathbf{q}}$  se puede obtener también de forma sistemática a partir de expresiones simples obtenidas para cada articulación.

Esta resolución es computacionalmente muy sencilla y da lugar a una metodología sistemática independiente de la configuración del robot y, en el caso de obtener una solución, ésta es única. Sin embargo, tiene importantes inconvenientes, producidos principalmente porque se debe de asegurar la convergencia del método numérico, y porque el método puede ser sensible a la estimación inicial del vector de restricciones que se utilice en el método de Newton-Raphson.

### 3.2 Cinemática diferencial. Uso de la teoría de screws

La herramienta principal para el análisis de velocidades de un robot es el Jacobiano. Éste establece la relación entre las velocidades de las coordenadas articulares y las velocidades de variación de la posición y orientación del extremo de un robot, según la ecuación

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (4)$$

en la que  $\mathbf{x}$  es el vector de posición y orientación del extremo del robot,  $\mathbf{q}$  el de coordenadas articulares y  $\mathbf{J}$  la matriz jacobiana. Ésta permite

igualmente relacionar el vector  $\tau$  de pares generados por los accionamientos del robot y el vector  $f$  de fuerzas y pares que realiza sobre un objeto el extremo del mismo

$$\tau = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{f} \quad (5)$$

El interés principal del jacobiano es la determinación de las configuraciones articulares singulares que se caracterizan porque en ellas éste es singular y por tanto su determinante es nulo. Ello supone que en estas configuraciones articulares el movimiento en determinadas direcciones es imposible y con ello se pierde algún grado de libertad.

En robots paralelos el estudio de singularidades en base al Jacobiano presenta características diferentes. La principal limitación de los robots paralelos respecto a sus singularidades es la posibilidad de que existan configuraciones singulares en el interior de su espacio de trabajo donde el robot gana 1 o más grados de libertad, perdiendo su característica rigidez. Gosselin (Gosselin *et al.*, 1996) clasificó las diferentes singularidades de los robots paralelos mediante el uso de dos matrices jacobianas, la matriz jacobiana de singularidades inversa ( $J_q$ ) y la matriz jacobiana de singularidades directa ( $J_x$ ), de forma que:

$$\mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} \quad (6)$$

Y por tanto la matriz jacobiana de un robot paralelo queda definida como  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x$ . (observar que corresponde a la inversa de la matriz jacobiana definida para robots seriales en la ecuación (4). Las singularidades de un robot paralelo se producen cuando  $\det(J_q) = 0$ , o  $\det(J_x) = 0$ , o singularidades combinadas cuando se producen los dos casos simultáneamente.

Para obtener estas matrices existe una primera aproximación consistente en manipular las ecuaciones de velocidad de lazo cerrado y tratar de eliminar las velocidades de las articulaciones pasivas mediante el producto escalar por vectores ortogonales. De esta forma se obtiene una ecuación de la forma de la expresión (6).

El principal inconveniente de esta metodología lo volvemos a encontrar en la dependencia de la estructura de las ecuaciones de velocidad de lazo con la configuración del robot. Por otra parte, en ocasiones no es fácil “ver” qué vector se puede utilizar para anular las velocidades de las articulaciones mediante el producto ortogonal.

Mucho más interesante para la obtención y análisis de las matrices jacobianas es utilizar la teoría de los denominados screws. Enunciada por (Ball, 1900) y desarrollada posteriormente por (Hunt, 1986) o (Tsai, 1999). Con ella se puede siste-

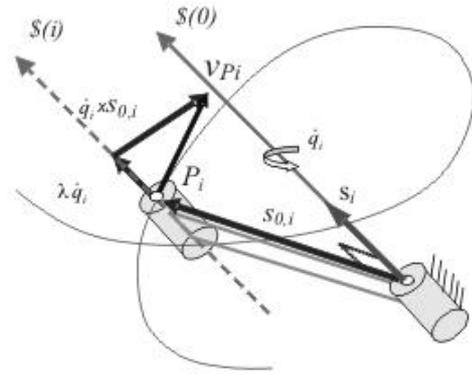


Figura 12. Esquema de distribución de screws

matizar el análisis de velocidades de un robot, encontrando una formulación sencilla que permite una interpretación física y rápida de los resultados. Una de las herramientas matemáticas más eficaces para modelar la cinemática de un robot y su comportamiento diferencial son los “screws”<sup>1</sup>. El concepto de screw, se puede entender, recordando dos teoremas. El teorema de centros de Kennedy-Aronhold, que plantea que si se conoce el centro instantáneo de giro de un cuerpo, es posible calcular su velocidad simplemente multiplicando su velocidad angular por la distancia al cuerpo desde el centro instantáneo de giro. También es parte esencial de la explicación el teorema de Chasles, (Chasles, 1832). Este teorema dice que el movimiento general de un cuerpo rígido puede ser descrito por una rotación en torno a un eje único y una traslación a lo largo de un eje paralelo al eje de rotación. Por lo tanto, se puede concluir (Hunt, 1978) que un desplazamiento finito o infinitesimal de un cuerpo rígido puede ser convenientemente descrito por una rotación alrededor de un único eje y una traslación a lo largo del mismo eje. Este movimiento combinado es llamado “un desplazamiento screw ó twist”, el eje único es llamado el “eje del screw” del desplazamiento y el paso ó la razón de traslación a rotación es  $\lambda = \dot{d}/\dot{q}$  que modula el desplazamiento. Como se muestra en la figura 12, un twist puede ser representado por un sistema de coordenadas llamado “coordenadas screw”. Definiendo en este sistema de coordenadas, un screw  $\$(0)$  y un screw  $\$(i)$  (que no tienen por que ser paralelos) la velocidad de un punto P se puede interpretar físicamente como se muestra en la citada figura.

En la figura 12 tomando como ejemplo una articulación rotacional, 0 es el centro instantáneo,  $\dot{q}$  es la velocidad angular,  $S_i$  es un vector unitario a lo largo del eje  $\$(0)$ ,  $S_{0,i}$  es el vector desde el origen del sistema 0 al punto  $P_i$  de la articulación  $i$  a través del cual pasa el screw  $\$(i)$  y  $\lambda$  es el paso.

<sup>1</sup> La traducción de este término a la lengua castellana (tornillo) no está extendida en la literatura técnica, por lo que los autores han decidido mantener la denominación original.

Un sistema de coordenadas screw y un twist se definen (por ejemplo, para el caso de articulaciones rotacionales) como:

$$\hat{\$} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix}; \$ = \dot{q}\hat{\$} \quad (7)$$

Donde  $\dot{q}$ , es la intensidad del twist. Una de las aportaciones más importantes de la teoría de los screws es su sencillez en el cálculo del o de los jacobianos ya que éste se puede representar de acuerdo a las siguientes expresiones basadas en screws (Davidson and Hunt, 2004).

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \omega_n \\ v_o \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \dot{q}_i \hat{\$}_i \quad (8)$$

Esta expresión muestra que el comportamiento del vector de velocidad del efector final de un robot serial es la suma de los componentes del twist. Por lo tanto el jacobiano es la matriz cuyas filas son los screws del robot

$$J = [\$_1, \$_2, \dots, \$_n] \quad (9)$$

En el caso de robots paralelos, la ecuación de velocidad anterior se extiende para los n cuerpos pertenecientes a cada una de las i patas del robot:

$$\$_{Effinal} = \omega_{1,i}\$_{1,i} + \omega_{2,i}\$_{2,i} + \dots + \omega_{n,i}\$_{n,i} \quad (10)$$

Utilizando el álgebra de Lie aplicada al espacio euclídeo especial formado por los screws se puede generalizar un principio de ortogonalidad, de forma que de la ecuación (10), se puedan eliminar aquellos términos que no correspondan a articulaciones actuadas, simplificando dicha ecuación. Mediante esta teoría de screws recíprocos, se obtiene una expresión de la forma de la expresión 6 que permite analizar las singularidades de un robot paralelo estudiando las expresiones obtenidas para  $J_x$  y  $J_q$ .

$$J_{x,i}\$_{Effinal} = J_{q,i}\dot{q} \quad (11)$$

### 3.3 Modelado dinámico de robots paralelos

Al igual que en el modelado cinemático, el modelado dinámico de los robots paralelos tiene grandes diferencias con los robots serie. En éstos es sabido ((Kelly and Santibañez, 2003), (Asada and Slotine, 1986),(Craig, 1989)) que existe una ecuación

de tipo general que define el modelo dinámico de un robot,

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (12)$$

en la que  $q$  es el vector de coordenadas articulares,  $\tau$  el de pares generados por los accionadores,  $\mathbf{M}$  y  $\mathbf{C}$  son respectivamente las matrices de masas e inercias y de Coriolis y  $\mathbf{g}$  es el vector de gravedad.

En robots paralelos no existe tal modelo de tipo general. Ha habido varias propuestas basadas en la formulación de Newton- Euler, (Tsai, 1999), Do y Yang (Do and Yang, 1988) y Dasgupta and Mruthyunjaya (Dasgupta and Mruthyunjaya, 1998) pero todas consideran algún tipo de simplificaciones en su planteamiento y conducen a soluciones en forma de algoritmo computacional con mayor o menor eficiencia. En general se puede decir que mientras la cinemática de los robots paralelos ha sido muy estudiada durante las dos últimas décadas, para la dinámica se puede encontrar poca producción científica.

La formulación más interesante, y la utilizable con carácter más general, es la derivada de la dinámica multicuerpo usando las ecuaciones de Newton-Euler con la imposición de restricciones mediante los multiplicadores de Lagrange y la aplicación del principio de los trabajos virtuales. Mediante esta formulación se resuelve de forma eficiente el problema dinámico inverso (debido a la unicidad en la solución del problema cinemático directo) que permite conocer las fuerzas y pares en las articulaciones y dimensionar los actuadores, y el problema dinámico directo (usando algoritmos para la solución de ecuaciones diferenciales algebraicas) que permite la simulación del movimiento del robot. Esta formulación da lugar a las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} M\ddot{q} + \Phi_q^T \lambda &= Q \\ \Phi_q \dot{q} &= \nu \\ \Phi_q \ddot{q} &= \gamma \\ \Phi &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

donde:

- $q$  es la posición generalizada del sistema.
- $Q$  son las fuerzas generalizadas externas al sistema.
- $M$  es la matriz de masa generalizada de todo el sistema
- $\phi$  es el vector de restricciones de movimiento del sistema.
- $\lambda$  es el vector de multiplicadores de lagrange del sistema
- $\nu$  es el vector de velocidades
- $\gamma$  es el vector de aceleraciones

La solución de la última ecuación, la que representa el modelo cinemático, como ya se ha dicho,

sólo se puede obtener por métodos numéricos lo que hace que no exista un modelo dinámico de forma analítica.

### 3.4 Control de robots paralelos

La no existencia de modelos dinámicos analíticos imposibilita el planteamiento de algoritmos de control de carácter general. Es por tanto el tema del control un campo abierto y los trabajos aportados hasta la fecha no son muy rigurosos. Los sistemas de control utilizados en los robots actualmente existentes son de tipo desacoplado formados por un modelo cinemático que genera referencias para las articulaciones y los servos de éstas. En este esquema la fácil solución de la dinámica inversa en robots paralelos simplifica, con respecto a los robots serie, la implantación eficiente de estos sistemas de control.

Entre los trabajos realizados en este campo hasta la actualidad se puede citar el de Liu y otros (Liu *et al.*, 1992) que discutieron varios aspectos prácticos en relación con el control en el espacio de la tarea del robot o en el espacio articular. El control en el espacio de la tarea fue estudiado en un centro de mecanizado basado en la plataforma de Stewart. Sin embargo, la aplicación de su esquema de control en tiempo real está en duda debido a las intensas tareas computacionales implicadas en la solución de la cinemática directa. Una alternativa preferible es planificar la trayectoria en el espacio cartesiano, que es más natural en los robots paralelos y que sólo requiere la cinemática inversa.

Otra estrategia de control dinámico para la plataforma de robots paralelos fue desarrollada por Hatip y Ozgoren (Hatip and Ozgoren, 1995) para montarla en un barco y usarla como estabilizadora de movimiento. Wang y otros (Wang and Chen, 1994) presentaron un esquema de control basado en redes neuronales y mostraron su superioridad respecto al control cinemático.

Un robot paralelo se puede equipar con seis sensores de esfuerzo y llevar a cabo tareas que impliquen contacto con el entorno (ensamblaje, seguimiento de superficies), casos en los que es necesario una realimentación de los esfuerzos en el sistema de control (Reboulet and Pigeyre, 1992), (Arai and al, 1991).

## 4. APLICACIONES DE LOS ROBOTS PARALELOS

La gran variedad de topologías existentes produce que el campo de aplicación de estos robots sea muy amplio. Como se ha visto existen robots paralelos de 2, 3, 4, 5, 6 o más grados de libertad. Por lo tanto, realizar una clasificación de las aplicaciones

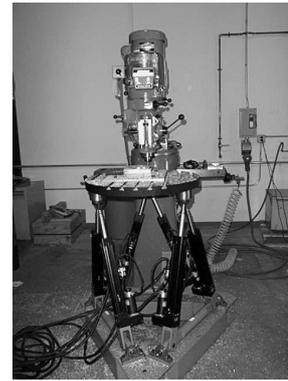


Figura 13. Mesa posicionadora Hexabot10

a que han dado lugar tal número de dispositivos no es sencillo. También los campos de aplicación de estos robots son también muy diversos, y abarcan desde microrobots posicionadores hasta grandes plataformas de gran capacidad de carga, desde aplicaciones médicas hasta simuladores de vuelo, desde dispositivos hápticos a robots manipuladores, desde robots experimentales a máquinas herramientas de control numérico.

Una buena metodología para describir las aplicaciones en los que los robots paralelos son utilizados de forma preferente a los robots serie es la basada en las cualidades específicas que, a nivel de aplicación, se han citado como diferenciadoras entre ellos. Se ha hablado en este sentido de su elevada capacidad de generar grandes esfuerzos en su extremo, de las grandes velocidades que son capaces de alcanzar, de su precisión de posicionamiento y de su capacidad de variar la forma de su estructura.

Como manipuladores de grandes cargas, además de los sistemas mostrados en el estudio realizado de la evolución de los sistemas paralelos, como el de la figura 1 para posicionamiento de antenas, con estructuras paralelas se construyen gran variedad de mesas posicionadoras con configuraciones más o menos complejas según las necesidades. Habitualmente se utilizan en operaciones de mecanizado, montaje de precisión o máquinas de ensayo (Figura 13).

Igualmente se utilizan en la mayor parte de los simuladores de vuelo o de conducción o en sistemas de ocio. La figura 14 muestra una silla para estos sistemas.

Los requerimientos en cuanto a versatilidad en el posicionamiento de las herramientas en los centros de mecanizado hacen de gran interés el uso de mecanismos paralelos con este fin. Tal es el caso del robot Tornado de Hexel (Figura 15).

Finalmente, y dentro del grupo de aplicaciones de manipulación de grandes cargas, hay que indicar que existen robots paralelos de tipo comercial con



Figura 14. Silla Cyber Air Base (C.A.B.)



Figura 17. Robots ABB 40 y Robotenis (UPM)



Figura 15. Centro de mecanizado Tornado de la compañía Hexel

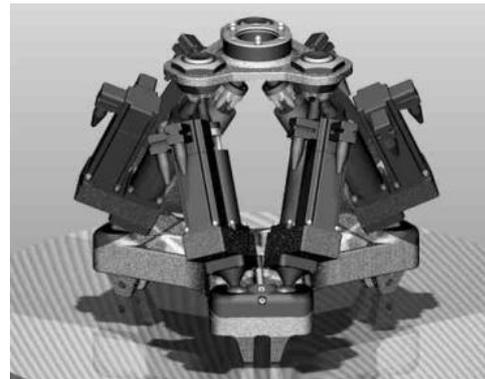


Figura 18. Robot S.A.M.M.

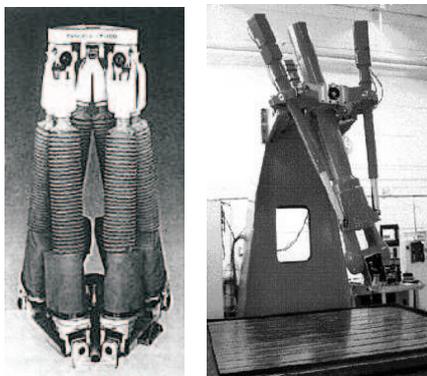


Figura 16. Robots Fanuc F100i y ABB 940

este propósito. La figura 16 muestra los desarrollados por Fanuc o ABB.

El otro gran grupo de aplicaciones industriales es el que hace uso de su capacidad de alcanzar grandes velocidades. En efecto si se aligera el extremo del robot, reduciendo por tanto su capacidad de carga en el efector, la energía de los todos los accionadores acumulada en éste puede hacer que se alcancen grandes velocidades de movimiento. Los robots comerciales de mayores prestaciones en cuanto a velocidad tienen estructuras paralelas, tal es el caso del ABB 340 o del robot Robotenis (Angel *et al.*, Aug 2005) desarrollado para experimentar en control visual (Fig. 17). Estos pueden alcanzar velocidades de 2m/s.

También, y a nivel industrial, se pueden encontrar robots paralelos para aplicaciones que requieren una gran precisión. Los robots paralelos tienen claras ventajas respecto a los series en precisión de posicionamiento ya que los errores de los accionadores se compensan en lugar de acumularse e incrementarse homotéticamente como ocurre en los serie. En este sentido el robot manipulador paralelo S.A.M.M. (Fig. 18) construido por la corporación Hexel anuncia precisiones del orden de  $10^{-2}\mu m$ . Esto no es fácilmente conseguible en robots serie. Robots con este nivel de precisión son cada vez más requeridos para operaciones sobre microsistemas.

No estando aún a nivel industrial, pero en elevado estado de desarrollo en centros de investigación se pueden citar, a nivel de aplicación, los desarrollos que hacen uso de las capacidades de deformarse de los mecanismos paralelos.

En este sentido se puede hablar en primer lugar de robots trepadores. Las estructuras paralelas tienen por una parte una facilidad de realizar los movimientos complejos que requieren el trepar o deslizarse por diferentes entornos y, por otra, su gran capacidad de carga hace que puedan desplazar fácilmente, además de los objetos que se requieran para realizar las distintas tareas, su propio peso.

Un primer desarrollo de un robot trepador fue el TREPA I, destinado tareas de mantenimiento y



Figura 19. Robot TREPA (UPM-UMH)

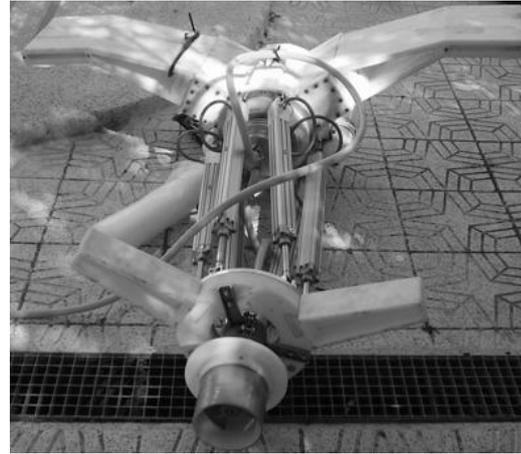


Figura 21. Robot submarino REMO (UPM)

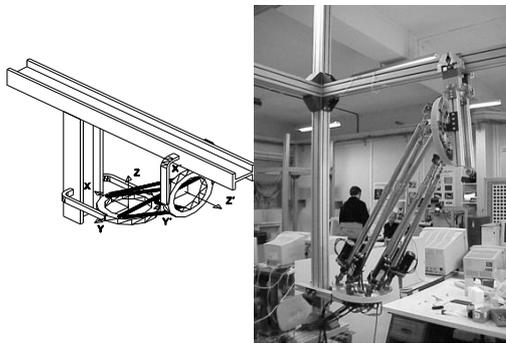


Figura 20. Robot TREPA II (UPM)

fumigación en palmeras (Almonacid, 2002) (fig. 19)

El robot tiene dos anillos iguales con dispositivos de aprensión, utiliza accionamientos neumáticos y está dotado en cada anillo de un sistema de sensores a distancia en disposición radial. En su funcionamiento abraza el tronco y para instalarlo en su periferia se puede abrir según se indica en la figura 19.

De este tipo de robot existen también versiones para deslizarse por el interior de tuberías, o suspendido de líneas aéreas de transporte de energía eléctrica para hacer su mantenimiento (García *et al.*, 2003).

Una versión con mejores prestaciones que la anterior es la denominada TREPA II, (Saltaren *et al.*, 2004), (Aracil *et al.*, 2005a) (Fig. 20), desarrollada con el objetivo de escalar por estructuras metálicas del tipo puentes, postes articulados, andamios o estructuras de edificios. Tiene los elementos de aprensión exteriores a los anillos, lo cual le permite saltar nudos de las estructuras, e incorpora un grado de libertad adicional en los anillos lo que le permite adoptar configuraciones articulares más forzadas que las del modelo anterior.



Figura 22. Robot submarino REMO II (UPM)

También como robots con estructura paralela que hacen uso de la capacidad de la misma de deformarse se puede citar el robot submarino REMO (Aracil *et al.*, 2005b) (Fig. 21)

El robot REMO basa su filosofía de navegación en la deformación de su estructura que permite modificar la posición relativa de los los impulsores y de las aletas de guiado. Esta deformación se realiza por una estructura paralela de seis grados de libertad, como indica la mencionada figura. Esta idea novedosa permite una gran capacidad de maniobrabilidad además de, por el hecho de no tener casco y quedar reducida su área estanca al mínimo volumen, una posibilidad de alcanzar grandes profundidades.

Un segunda versión de este robot, el REMO II actualmente en experimentación (Fig. 22), tiene dos impulsores, uno en cada anillo. Su navegación está basada en la generación de las fuerzas y momentos impulsores como composición de los dos vectores de fuerza producidos en cada uno de los impulsores que la estructura paralela puede posicionar de la forma que se desee. Este procedimiento mejora las capacidades de navegación de la versión anterior.

Finalmente citar también la capacidad de utilizar estructuras paralelas en la construcción de maes-

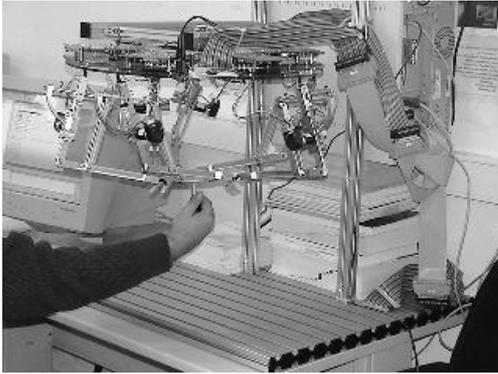


Figura 23. Robot maestro para realimentación háptica MAGISTER (UMH)

tros para sistemas teleoperados (Fig. 23). En éstas es muy sencillo implantar un control de tipo bilateral con generación háptica de fuerzas, (Sabater *et al.*, 2004), mejorando el comportamiento frente a otros maestros serie comerciales.

## 5. CONCLUSIONES

Los robots paralelos, que en sus orígenes se deben considerar como anteriores a los robots serie, se encuentran en la actualidad en un momento muy importante de avance en su desarrollo.

Aunque su nivel de uso es inferior al de los robots serie, en bastantes aplicaciones tienen claras ventajas sobre éstos. Sus características más destacables son gran capacidad de carga en sus efectores, elevada velocidad de movimiento y alta precisión de posicionamiento.

Ello les hace especialmente útiles en aplicaciones novedosas como robots trepadores, submarinos con elevadas capacidades de maniobrabilidad, etc. En el texto se presentan varias aplicaciones en este sentido.

A nivel formal tampoco las aportaciones científico-técnicas en esta área han alcanzado su plenitud y quedan muchos temas, especialmente en modelado dinámico y control, por desarrollar. Ello puede hacer especialmente atractivo este tema a interesados en la investigación en Robótica que no tengan claramente definida un área de trabajo.

## REFERENCIAS

Ait-Ahmed, M. and M. Renaud (1993). Polynomial representation of the forward kinematics of a 6 dof parallel manipulator. In: *Proc. of Int. Symp. on intelligent robotics* (Bangalore, Ed.). Vol. 1.

Almonacid, M. (2002). Modelado, simulación y control de movimientos de robots paralelos trepadores. PhD thesis. Miguel Hernández University. UMH.

Angel, L., J.M. Sebastian, R. Saltaren, R. Aracil and J. Sanpedro (Aug 2005). Robotenis: optimal design of a parallel robot with high performance. In: *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent robots and systems (IROS05)*. Vol. 1.

Angeles, J. and C.S. López-Cajún (1992). The design of isotropic manipulator architectures in the presence of redundancies. *International journal of robotic research* **11**, 196–201.

Aracil, R., R. Salterén and O. Reinoso (2005a). Climbing parallel robot cpr: a robot to climb along tubular and metallic structures. *IEEE Robotics and Automation Magazine*.

Aracil, R., R. Salterén, M. Ferre, E. Yime and C. Alvarez (2005b). Remo project: design, modeling and hydrodynamic simulation of a robot of variable geometry for actuations on marine disasters. In: *Vertimar 2005. Symposium on Marine accidental oil spills*.

Arai, T. and al (1991). Development of a parallel link manipulator. In: *Proc. of ICAR*. Vol. 1. pp. 819–844.

Arai, T., K. Cleary et al. (1990). Design, analysis and construction of a prototype parallel link manipulator. In: *Proc. of IEEE Int. Conf. on intelligent robots and systems (IROS)* (IEEE, Ed.). Vol. 1. pp. 205–212.

Asada, H. and J.J.E. Slotine (1986). *Robot analysis and control*. John wiley and sons.

Ball, R.S. (1900). *A Treatise on the theory of screws*. Cambridge university press.

Barrientos, A., L.F. Peñin, C. Balaguer and R. Aracil (1997). *Fundamentos de robótica*. Mc Graw-Hill, España.

Bonev, I.A. and J. Ryu (1999). A simple new closed-form solution of the direct kinematics using three linear extra sensors. In: *IEEE/ASME Int. conf. on advanced intelligent mechanisms. Atlanta 19-23 Sept* (IEEE/ASME, Ed.). Vol. 1. pp. 526–530.

Cappel, K.L. (1967). Motion simulator. *US Patent N° 3,295,224*.

Chasles, M. (1832). Notes sur les propriétés générales du système de deux cops semblables entreux, placés d'une manière quelconque dans l'espace, et sur le déplacement fini ou iniment petit d'un corp solide libre. Correspondance mathématique et physique. ed. a. quelet.

Craig, J.J. (1989). *Introduction to robotics*. Addison Wesley.

Dasgupta, B. and T.S. Mruthyunjaya (1998). Closed form dynamic equations of the general stewart platform through the newton-euler approach. *Mechanism and Machine Theory* **33** (7), 993–1011.

Davidson, J.K. and K.H. Hunt (2004). *Robots and screw theory*. Oxford University Press.

- Do, W.Q. and D.C.H. Yang (1988). Inverse dynamic analysis and simulation of a platform type of robot. *J. of Robotic research* **5**(3), 209–227.
- Fichter, E.F. (1986). A stewart platform based manipulator: general theory and practical construction. *Int. Journal of Robotic Research* **5**(2), 157–181.
- García, C.E., R. Aracil, R. Saltarén and M.A. Scarano (2003). Mechanical design, kinematic control and teleoperation of the parallel robot robmep. In: *Proc. 7 th Symp. Robot Control (SYROCO 03)*.
- García.de.Jalón, J. and E. Bayo (1994). *Kinematic and dynamic simulation of multibody systems. The real time challenge*. Springer Verlag.
- Gosselin, C., E. St.Pierre and M. Gagnè (1996). On the development of the agile eye: mechanical design, control issues and experimentation. *IEEE Robotics and Automation Magazine* **3** N°4, 29–37.
- Gwinnett, J.E. (1931). Amusement devices. *US Patent N° 1,789,680*.
- Hatip, O.E. and M.K. Ozgoren (1995). Utilization of a stewart platform mechanisms as a stabilizer. In: *9th world congress on the theory of machines and mechanisms. Milan*. Vol. 1. pp. 1393–1396.
- Haug, E.J. (1989). *Computer aided kinematics and dynamics of mechanical systems*. Allyn and Bacon.
- Hunt, K.H. (1978). *Kinematic geometry of mechanisms*. Clarendon Press. Oxford.
- Hunt, K.H. (1983). Structural kinematics of in-parallel actuated robot arms. *ASME Trans. Journal of mechanisms, transmissions and automation in design* **105**, 705–712.
- Hunt, K.H. (1986). Special configurations of robot arms via screw theory. *Robotica* **4**, 171–179.
- Innocenti, C. and V. Parenti-Castelli (1993). Closed form direct position analysis of a 5-5 parallel mechanism. *ASME Transaction, Journal of mechanical design* **120**, 73–99.
- Inoue, H., Y. Tsusaka and T. Fukuizumi (1985). Parallel manipulator. In: *Proceedings of 3rd ISRR*. pp. 321–327.
- Kelly, R. and V. Santibañez (2003). *Control de movimiento de robots manipuladores*. Prentice-Hall.
- Liu, K., G. Leuret, J.A. Lowe and F.L. Lewis (1992). Control of a stewart platform based robotic milling cell. In: *Proc. of ASME Winter Annual meeting, Symp. on Manufacturing and control issues in a telerobotics assembly workcell*. Vol. 1. pp. 8–13.
- McCallion, H. and D.T. Pham (1979). The analysis of a six degrees of freedom work station for mechanized assembly. In: *Proc. of 5th World Congress on theory of machines and mechanisms, Montreal, July*. pp. 611–616.
- Merlet, J.P. (1990). An algorithm for the forward kinematics of general 6 dof parallel manipulators. Research report 1331. INRIA.
- Merlet, J.P. (1992). Direct kinematics and assembly modes of parallel manipulators. *International Journal of Robotics Research* **11** (2), 150–162.
- Merlet, J.P. (1997). *Les robots parallèles*. Hermes.
- Mohamed, M.G. and J. Duffy (1985). A direct determination of the instantaneous kinematics of 3 dof planar and spherical double-triangular parallel manipulators. *ASME J. Mech. Trans. Autom. Des.* **107**, 226–229.
- Mohamed, M.G., J. Sanger and J. Duffy (1983). Instantaneous kinematics of fully parallel devices. In: *Proc. 6th IFToMM congress on theory of machines and mechanisms, New Delhi*.
- Reboulet, C. and R. Pigeyre (1992). Hybrid control of a 6 dof in parallel actuated micro-manipulator mounted on a scara robot. *Int. J. of Robotics and Automation* **7**(1), 10–14.
- Rooney, J. and C.F. Earl (1983). Manipulator postures and kinematics assembly configurations. In: *6th world congress on theory of machines and mechanisms, New Delhi*. pp. 1014–1020.
- Sabater, J. M., R.J. Saltarén and R. Aracil (2004). Design, modelling and implementation of a 6 urs parallel haptic device. *Robotics and Autonomous System* **47**(1), 1–10.
- Sabater, J.M. (2003). Desarrollo de una interfaz kinestésica paralela y experimentación en control de sistemas hápticos y teleoperados. PhD thesis. Miguel Hernández University. UMH.
- Saltarén, R.J. (1996). Herramientas para el modelado y diseño paramétrico de robots, basadas en la dinámica de sistemas multicuerpos. PhD thesis. Politechnic of Madrid. UPM.
- Saltaren, R.J., R. Aracil and O. Reinoso (2004). Analisis of a climbing parallel robot for construction applications. *Computer-aided civil and infrastructure engineering* **19**, 436–445.
- Stewart, D. (1965). A platform with 6 degrees of freedom. In: *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers*. Vol. 180 (Part 1,15). pp. 371–386.
- Tsai, L.W. (1999). *Robot Analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. Wiley Interscience. John Wiley and Sons.
- Wang, L.C.T. and C.C. Chen (1994). On the dynamic analysis of a general parallel robotic manipulators. *Int. J. of Robotics and Automation* **9**(2), 81–87.
- Yang, D.C.H. and T.W. Lee (1984). Feasibility study of a platform type of robotic manipulator from a kinematic viewpoint. *J. of mechanisms, transmissions and automation in design* **106** (2), 191–198.